

Исследование надежности технических систем

Цель: формирование у студентов знаний и навыков оценки надежности технических систем.

План занятия:

1. Изучить теорию вопроса.
2. Выполнить практическое задание.
3. Ответить на контрольные вопросы.

Теоретические сведения

Надёжность – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования.

Можно отметить, что надёжность – комплексное свойство, которое в зависимости от назначения объекта и условий его эксплуатации может включать в себя свойства безотказности, долговечности, ремонтпригодности и сохраняемости, а также определённое сочетание этих свойств.

Критерием надёжности называется признак (мера), по которому (которой) оценивается надёжность различных объектов (изделий). Критерии представляются в виде показателей надёжности, свойств безотказности, долговечности, ремонтпригодности, сохраняемости и др.

К числу наиболее широко применяемых критериев надёжности относятся *показатели безотказности*:

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- гамма-процентная наработка до отказа t_γ ;
- средняя наработка до отказа T_1 (для статистических задач \bar{T}_1);
- средняя наработка на отказ T (для статистических задач \bar{T});
- частота отказов $f(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- параметр потока отказов $\mu(t)$ и др.

Характеристикой надёжности называется количественное значение критерия надёжности конкретного изделия.

Выбор количественных характеристик надёжности зависит от вида изделия.

Основные критерии надёжности делят на две группы:

– критерии, характеризующие надежность невосстанавливаемых изделий;

– критерии, характеризующие надежность восстанавливаемых изделий.

Рассмотрим критерии надежности невосстанавливаемых изделий.

Пусть на испытании находится N_0 объектов, и пусть испытания считаются законченными, если все они отказали. Вместо отказавших образцов отремонтированные или новые не ставятся. В таких случаях критериями надежности изделий являются:

– вероятность безотказной работы $P(t)$;

– частота отказов $f(t)$;

– интенсивность отказов $\lambda(t)$;

– средняя наработка до отказа T_1 (в некоторых источниках T_{cp}).

Вероятностью безотказной работы (ВБР) называется количественная мера того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки не произойдет ни одного отказа.

Функция P – относительная продолжительность непрерывной исправной работы объекта до первого отказа, а аргумент t – время, за которое нужно определить ВБР,

$$P(t) = P(T \geq t), \quad t \geq 0, \quad (1.1)$$

где T – время работы объекта от начала до первого отказа; t – время, в течение которого определяется вероятность безотказной работы.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным $\hat{P}(t)$ об отказах оценивается выражением

$$\hat{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}, \quad (1.2)$$

где $\hat{P}(t)$ – статистическая оценка вероятности безотказной работы;

N_0 – число объектов в начале работы (серии испытаний);

$n(t)$ – число отказавших элементов за время t .

Кроме ВБР определяют такую характеристику, как вероятность отказа.

Вероятностью отказа $Q(t)$ называется количественная мера того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени возникает хотя бы один отказ.

Отказ и безотказная работа являются событиями несовместными и противоположными, поэтому при $0 \leq t$

$$Q(t) = P(T < t), \quad Q(t) = 1 - P(t) = F(t), \quad (1.3)$$

где $Q(t) = F(t)$ – интегральная функция распределения случайной величины.

Статистически вероятность отказа равна:

$$\hat{Q}(t) = \frac{n(t)}{N_0}, \quad (1.4)$$

$$\hat{Q}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^{t/\Delta t} n_i}{N_0},$$

где n_i – число неблагоприятных исходов;

N_0 – общее число испытаний.

Если функция $Q(t)$ дифференцируема, то производная от интегральной функции распределения – дифференциальный закон (плотность вероятности, плотность распределения) случайной величины T – времени безотказной работы:

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dP(t)}{dt}. \quad (1.5)$$

Частотой отказов по статистическим данным $\hat{f}(t)$ называется отношение числа отказавших элементов в единицу времени к первоначальному числу работающих (испытываемых) при условии, что все вышедшие из строя изделия не восстанавливаются. Согласно определению,

$$\hat{f}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t} \quad \text{или} \quad \alpha(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \Delta t}, \quad (1.6)$$

где $n(\Delta t)$ – число отказавших элементов в интервале времени от $(t - \Delta t)/2$ до $(t + \Delta t)/2$.

Частота отказов $f(t)$ есть плотность вероятности (или закон распределения) времени работы изделия до первого отказа. Поэтому

$$f(t) = -\frac{dP}{dt} = -P'(t) = \frac{dQ(t)}{dt} Q'(t),$$

$$Q(t) = \int_0^t f(t) dt, \quad (1.7)$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt, \quad (1.8)$$

Интенсивностью отказов по статистическим данным $\hat{\lambda}(t)$ называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени.

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \Delta t}, \quad (1.9)$$

где $N_{cp} = (N_i + N_{i+1})/2$ – среднее число исправно работающих изделий в интервале Δt ;

N_i – число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt ;

N_{i+1} – число изделий, исправно работающих в конце интервала Δt .

Интенсивность отказов в вероятностной оценке $\lambda(t)$ есть условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник.

Вероятностная оценка характеристики находится из выражения

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} \quad (1.10)$$

или

$$f(t) = \lambda(t)P(t).$$

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой зависимостью

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} \quad (1.11)$$

Средней наработкой до первого отказа называется математическое ожидание времени работы объекта до отказа.

Математическое ожидание средней наработки до отказа T_1 вычисляется через частоту отказов (плотность распределения времени безотказной работы):

$$m_t = T_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt \quad (1.12)$$

Зная, что $t > 0$ и $P(0) = 1$, а $P(\infty) = 0$, определяют T_1 :

$$T_1 = \int_0^{\infty} P(t)dt. \quad (1.13)$$

Средняя наработка до первого отказа \hat{T}_1 , согласно статистическим данным об отказах, вычисляется по формуле

$$\hat{T}_1 = \left(\sum_{i=1}^m n_i t_i \right) / N_0, \quad (1.14)$$

где t_i – время безотказной работы i -го образца;

N_0 – число испытываемых объектов.

Для определения *средней наработки до первого отказа* необходимо знать моменты выхода из строя всех испытываемых объектов. Поэтому для вычисления \hat{T}_1 пользоваться данной формулой неудобно. Имея данные о количестве вышедших из строя элементов n_i в каждом i -м интервале времени, среднюю наработку до первого отказа лучше определять по уравнению

$$\hat{T}_1 \approx \left(\sum_{i=1}^m n_i t_{cp} \right) / N_0, \quad (1.15)$$

где t_{cp} и m находятся по следующим формулам:

$$t_{cp} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \quad m = \frac{t_k}{\Delta t}, \quad (1.16)$$

где t_{i-1} – время начала i -го интервала;

t_i – время конца i -го интервала;

t_k – время, в течение которого вышли из строя все элементы;

$\Delta t = t_{i-1} - t_i$ – интервал времени.

Пример решения задачи

Задача. В результате наблюдений за 45 образцами радиоэлектронного оборудования, которые прошли предварительную 70-часовую приработку, получены данные до первого отказа всех 45 образцов. Определить: вероятность безотказной работы $P(t)$, частоту отказов $f(t)$, вероятность отказов $\lambda(t)$ в функции времени, построить графики этих функций, а также найти среднюю наработку до первого отказа (T_{cp}). В таблице 1.1 приведены сведения по отказам за указанный промежуток времени.

Таблица 1.1 – Исходные данные

Δt_i , ч	$n(\Delta t_i)$	Δt_i , ч	$n(\Delta t_i)$
0 – 10	19	40 – 50	0
10 – 20	13	50 – 60	1
20 – 30	8	60 – 70	1
30 – 40	3	-	-

Решение.

Рассчитаем вероятность безотказной работы $P(t)$ по формуле (1.2) для каждого промежутка времени:

$$P(10) = \frac{45 - 19}{45} = 0,58; \quad P(20) = \frac{45 - 32}{45} = 0,29;$$

$$P(30) = \frac{45 - 40}{45} = 0,11; \quad P(40) = \frac{45 - 43}{45} = 0,04;$$

$$P(50) = \frac{45 - 43}{45} = 0,04; \quad P(60) = \frac{45 - 44}{45} = 0,02;$$

$$P(70) = \frac{45 - 45}{45} = 0.$$

Рассчитаем частоту отказов $f(t)$ по формуле (1.6) в интервале времени:

$$f(t) = \frac{19}{45 \times (10 - 0)} = 0,084; \quad f(t) = \frac{13}{45 \times (20 - 10)} = 0,029;$$

$$f(t) = \frac{8}{45 \times (30 - 20)} = 0,018; \quad f(t) = \frac{3}{45 \times (40 - 30)} = 0,007;$$

$$f(t) = \frac{0}{45 \times (50 - 40)} = 0; \quad f(t) = \frac{1}{45 \times (60 - 50)} = 0,002;$$

$$f(t) = \frac{1}{45 \times (70 - 60)} = 0,002.$$

Рассчитаем интенсивность отказов $\lambda(t)$ по формуле (1.9):

$$\lambda(t) = \frac{19}{\left(\frac{45 + 26}{2}\right) \times 10} = 0,0535; \quad \lambda(t) = \frac{13}{\left(\frac{26 + 13}{2}\right) \times 10} = 0,0667;$$

$$\lambda(t) = \frac{8}{\left(\frac{13 + 5}{2}\right) \times 10} = 0,0889; \quad \lambda(t) = \frac{3}{\left(\frac{5 + 2}{2}\right) \times 10} = 0,0857;$$

$$\lambda(t) = \frac{0}{\left(\frac{2 + 2}{2}\right) \times 10} = 0; \quad \lambda(t) = \frac{1}{\left(\frac{2 + 1}{2}\right) \times 10} = 0,0667;$$

$$\lambda(t) = \frac{1}{\left(\frac{1 + 0}{2}\right) \times 10} = 0,2.$$

Полученные данные сведем в таблицу 1.2:

Таблица 1.2 – Полученные результаты

Δt_i , ч	$P(t)$	$f(t) = \alpha(t)$	$\lambda(t)$, ч
0 – 10	0,58	0,042	0,0535
10 – 20	0,29	0,029	0,0667
20 – 30	0,11	0,018	0,0889
30 – 40	0,04	0,007	0,857
40 – 50	0,04	0	0

50 – 60	0,02	0,002	0,0667
60 – 70	0	0,002	0,2

Находим среднюю наработку до первого отказа по формуле (1.15).
Учитывая, что в данном случае:

$$m = \frac{t_k}{\Delta t} = \frac{70}{10} = 7; \quad N_0 = 45;$$

имеем

$$T_{\text{ср}} = \frac{19 \times 5 + 13 \times 15 + 8 \times 25 + 3 \times 35 + 0 \times 45 + 1 \times 55 + 1 \times 65}{45} = 15,89.$$

Построим графики функций вероятности безотказной работы $P(t)$ (рисунок 1.1), частоты отказов $f(t)$ (рисунок 1.2), вероятности отказов $\lambda(t)$ (рисунок 1.3).

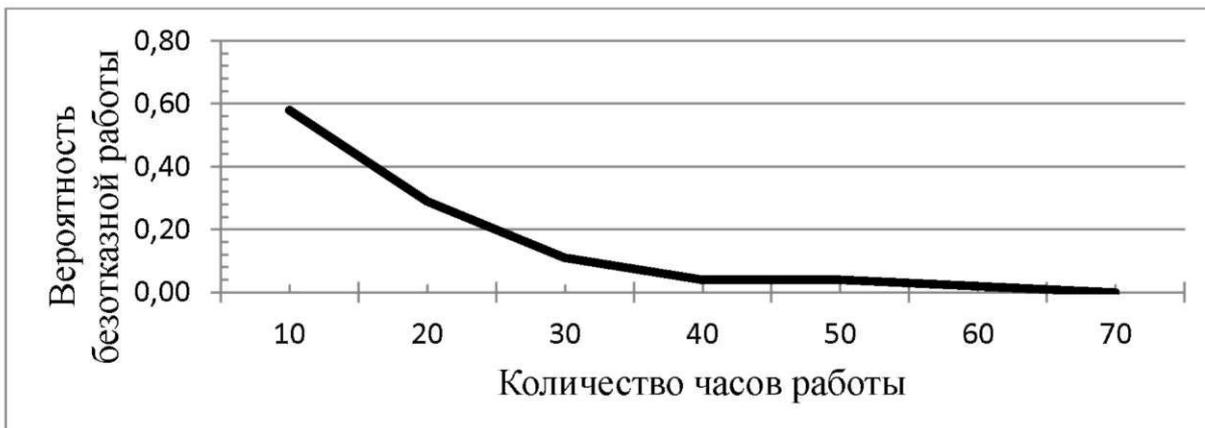


Рисунок 1.1 – Вероятность безотказной работы от времени, $P(t)$

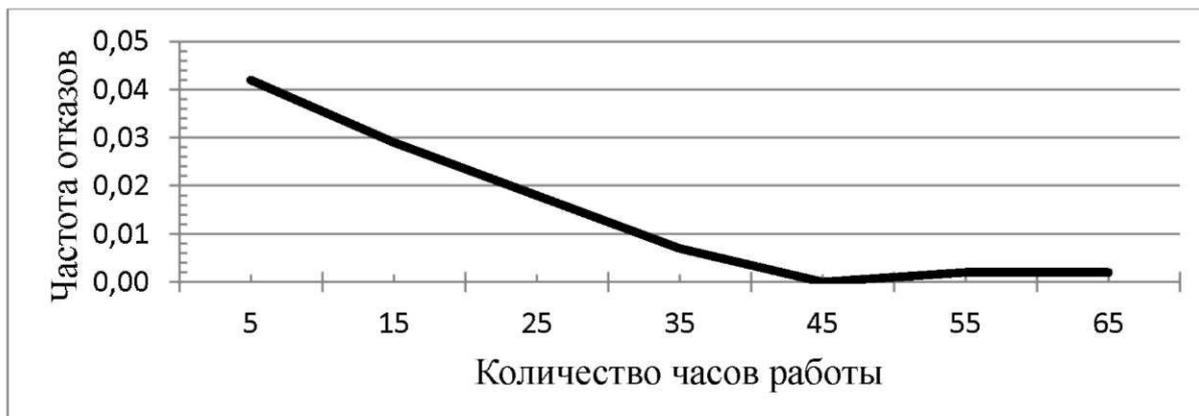


Рисунок 1.2 – Частота отказов от времени, $f(t)$

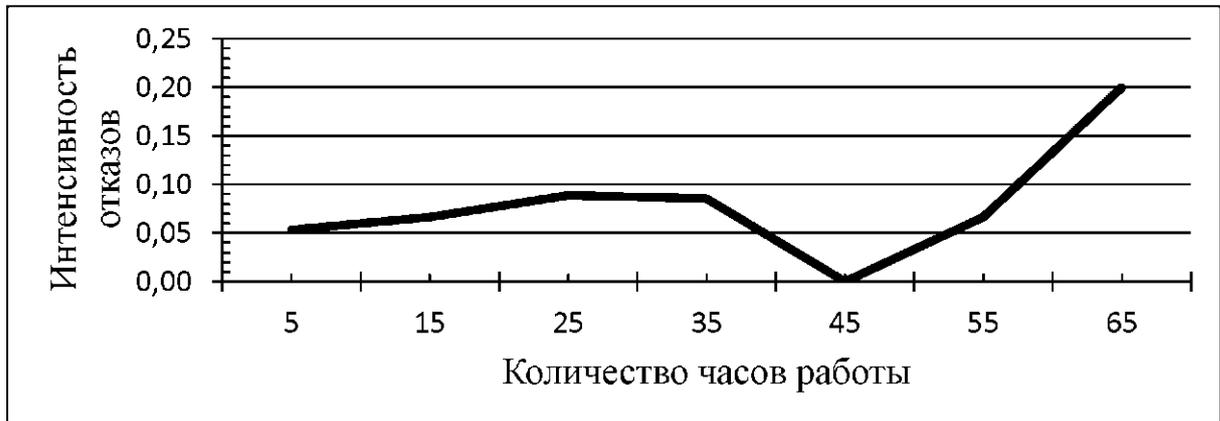


Рисунок 1.3 – Интенсивность отказов от времени, $\lambda(t)$

Вывод. Вероятность безотказной работы радиоэлектронного оборудования падала на всем процессе наблюдений и изменялась от 0,58 до 0.

Частота отказов после 5 часов работы радиоэлектронного оборудования составила $4,2 \times 10^{-2}$ ч. Далее частота отказов падала и после 45 часов работы частота достигла нуля. Далее до конца наблюдения частота отказов держалась на отметке 2×10^{-3} ч.

Интенсивность отказов в промежутке времени до 25 часов работы радиоэлектронного оборудования увеличивалась от $53,5 \times 10^{-3}$ ч до $88,9 \times 10^{-3}$ ч. Далее интенсивность отказов падала и на отметке 45 ч. достигла нуля. Потом интенсивность резко увеличилась и в конце наблюдения составила 0,2 ч.

Задачи для самостоятельной работы

На испытание поставлено X элементов. Число отказов фиксировалось в каждом интервале времени испытаний Δt . Требуется определить вероятность безотказной работы, частоту отказов и интенсивность отказов в функции времени, построить графики этих функций, а также найти среднюю наработку до первого отказа элементов. В таблице 1.3 приведены сведения по отказам за указанный промежуток времени.

Таблица 1.3 – Исходные данные

Вариант 1		Вариант 2		Вариант 3		Вариант 4		Вариант 5	
X = 140		X = 150		X = 175		X = 190		X = 120	
$\Delta t_i, \text{ч}$	$n(\Delta t_i)$								
0-5	22	0-25	25	0-15	26	0-10	27	0-20	17
5-10	19	25-50	23	15-30	21	10-20	23	20-40	15
10-15	16	50-75	19	30-45	17	20-30	26	40-60	12
15-20	14	75-100	17	45-60	20	30-40	20	60-80	9
20-25	12	100-125	15	60-75	16	40-50	18	80-100	7
25-30	9	125-150	13	75-90	14	50-60	15	100-120	4
30-35	6	150-175	9	90-105	11	60-70	11	120-140	6
35-40	5	175-200	8	105-120	9	70-80	9	140-160	9
40-45	4	200-225	2	120-135	6	80-90	7	160-180	7
45-50	2	225-250	5	135-150	0	90-100	4	180-200	4
50-55	1	250-275	3	150-165	2	100-110	2	200-220	4
55-60	0	275-300	2	165-180	3	110-120	1	220-240	5
60-65	1	300-325	1	180-195	1	120-130	0	240-260	3
65-70	1	350-375	2	195-210	3	130-140	1	260-280	1

Продолжение таблицы 1.3

Вариант 6		Вариант 7		Вариант 8		Вариант 9		Вариант 10	
X = 220		X = 180		X = 260		X = 270		X = 100	
$\Delta t_i, \text{ч}$	$n(\Delta t_i)$								
0-50	43	0-5	19	0-35	33	0-5	28	0-15	16
50-100	31	5-10	16	35-70	27	5-10	26	15-30	14
100-150	28	10-15	11	70-105	25	10-15	27	30-45	13
150-200	25	15-20	9	105-140	28	15-20	24	45-60	11
200-250	22	20-25	7	140-175	23	20-25	21	60-75	9
250-300	18	25-30	6	175-210	18	25-30	18	75-90	7
300-350	15	30-35	9	210-245	15	30-35	15	90-105	5
350-400	12	35-40	6	245-280	13	35-40	14	105-120	3
400-450	9	40-45	4	280-315	12	40-45	12	120-135	0
450-500	7	45-50	5	315-350	10	45-50	9	135-150	3
500-550	0	50-55	3	350-385	7	50-55	6	150-165	2
550-600	3	55-60	2	385-420	5	55-60	4	165-180	1
600-650	2	60-65	1	420-455	3	60-65	2	180-195	1
650-700	1	65-70	1	455-490	2	65-70	1	195-210	1

Окончание таблицы 1.3

Вариант 11		Вариант 12		Вариант 13		Вариант 14		Вариант 15	
X = 160		X = 230		X = 240		X = 270		X = 250	
$\Delta t_i, \text{ч}$	$n(\Delta t_i)$								
0-5	16	0-25	28	0-15	27	0-10	33	0-20	28
5-10	14	25-50	26	15-30	23	10-20	27	20-40	26
10-15	13	50-75	27	30-45	21	20-30	25	40-60	27
15-20	11	75-100	24	45-60	20	30-40	28	60-80	24
20-25	9	100-125	21	60-75	18	40-50	23	80-100	21
25-30	7	125-150	18	75-90	15	50-60	18	100-120	18
30-35	5	150-175	15	90-105	11	60-70	15	120-140	15
35-40	3	175-200	14	105-120	9	70-80	13	140-160	14
40-45	0	200-225	12	120-135	7	80-90	12	160-180	12
45-50	3	225-250	11	135-150	4	90-100	10	180-200	11
50-55	2	250-275	9	150-165	2	100-110	7	200-220	9
55-60	1	275-300	8	165-180	1	110-120	5	220-240	8
60-65	1	300-325	2	180-195	1	120-130	3	240-260	2
65-70	1	325-350	1	195-210	1	130-140	2	260-280	1

Литература

1. Шишмарев, В. Ю. Надежность технических систем : учебник для студ. высш. учеб. заведений / В. Ю. Шишмарев. – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 304 с.

2. Корчагин, А. Б. Надежность технических систем и техногенный риск : учеб. пособие в 2 ч. / А. Б. Корчагин, В.С. Сердюк, А. И. Бокарев. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. – 140 с.